

# Manejo de conocimiento en algoritmos evolutivos multiobjetivo para el diseño óptimo de un sistema de engranajes

Máximo Méndez\*, Mariano Frutos<sup>†</sup>, Antonio Pulido\*, Fabio Miguel<sup>‡</sup>

Daniel Alejandro Rossit<sup>†</sup>, Antonio Luis Álamo<sup>§</sup>

\*Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes (SIANI)

Universidad de Las Palmas de Gran Canaria (ULPGC), España

Email: {maximo.mendez,antonio.pulido}@ulpgc.es

<sup>†</sup>Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur

CONICET, Argentina

Email: {mfrutos,daniel.rossit}@uns.edu.ar

<sup>‡</sup>Sede Alto Valle y Valle Medio

Universidad Nacional de Río Negro, Argentina

Email: fmiguel@unrn.edu.ar

<sup>§</sup>Departamento de Matemáticas

Universidad de Las Palmas de Gran Canaria (ULPGC), España

Email: antonioluis.alamo@ulpgc.es

**Abstract**—Este trabajo, estudia los efectos sobre el frente de Pareto generado por el algoritmo NSGA-II cuando una estrategia de eliminación de soluciones superpuestas de la población es utilizada. También, se realiza un análisis de aquellas regiones del frente de Pareto donde la convergencia parece más difícil. Los resultados de estas observaciones son introducidas en un algoritmo evolutivo multiobjetivo, g-NSGA-II, el cual incluye preferencias a priori del decisor en forma de punto de referencia. Finalmente, se hace una comparación de los resultados obtenidos por el último y el original algoritmo en un problema del estado del arte de optimización con dos objetivos del diseño de un tren de engranajes.

**Keywords**—Optimización, Algoritmos Genéticos, Múltiples Objetivos, Preferencias, Tren de Engranajes.

## I. INTRODUCCIÓN

Los Algoritmos Evolutivos Multiobjetivo (AEMOs) constituyen una herramienta muy popular en la comunidad científica multiobjetivo los cuales han demostrado [6], [8] obtener notables resultados. Cuando se utilizan AEMOs, una consideración importante es en qué momento el decisor colabora con el algoritmo. A posteriori, el decisor expresa sus preferencias al final, cuando el frente óptimo de Pareto amplio y bien distribuido ha sido completamente determinado; la mayoría de los AEMOs son clasificados como a posteriori. Ejemplos con este enfoque son [9], [13], [30], [33]. Los métodos interactivos [11], [18], [22], [26] entre otros, alternan procesos de búsqueda con diálogos con el decisor. Por último, en un enfoque a priori el decisor revela sus preferencias desde el principio del proceso de búsqueda. En esta categoría, algunos AEMOs [5], [15], [28] resuelven un problema de optimización multiobjetivo el cual combina las diferentes funciones objetivo en una única

función objetivo a optimizar; en otro enfoque más reciente, AEMOs bajo preferencias parciales, propuestos por Branke [4], las preferencias del decisor son utilizadas para conducir el proceso de búsqueda hacia la región de interés y al final el decisor elige conforme a sus preferencias. Algunos de estos algoritmos utilizados en la resolución de problemas tanto académicos como del mundo real son por ejemplo [3], [12], [24], [34]. Diferentes maneras de modelar preferencias en AEMOs han sido desarrolladas [4], [23] y muchos incluyen un punto de referencia [29] como modo natural de proporcionar información preferente, entre estos últimos destacamos [2], [10], [17], [20], [21] y [27].

Un sistema de transmisión por engranajes, básicamente está formado por ruedas dentadas, que engranan entre sí y que a su vez, van montadas en ejes que transmiten el movimiento a otro dispositivo. Estos mecanismos son muy utilizados y resultan muy eficaces dado que no existen problemas de deslizamiento entre los cuerpos que rotan por lo que las velocidades de rotación se mantienen constantes. Un parámetro fundamental para el diseño de un sistema de engranajes es la relación de transmisión, la cual se define como el cociente entre el número de dientes de la rueda conducida y el número de dientes de la rueda conductora. Normalmente el objetivo de los sistemas de engranajes es obtener sistemas reductores o multiplicadores de la velocidad. El diseño de un sistema de transmisión por engranajes suele ser complejo; en este estudio se pretende calcular el número de dientes de cada uno de los engranajes (cuatro) del sistema de forma que se minimicen simultáneamente el error entre la relación de transmisión obtenida y la relación de transmisión requerida de 1/6.931 y el máximo tamaño de cada uno de los cuatro engranajes. Algunos

autores, han utilizado algoritmos evolutivos multiobjetivo [1], [7] y enjambres de partículas [14] para la resolución de este tipo de problemas.

En esta investigación, se utiliza un problema de optimización con dos objetivos del diseño de un tren de engranajes y se realiza un análisis de las influencias sobre el frente de Pareto obtenido, cuando una estrategia de eliminación de soluciones superpuestas [16], [17] de la población del algoritmo NSGA-II es empleada. Además, se realiza un estudio sobre qué zonas del frente de Pareto tiene NSGA-II mayores problemas para converger; este conocimiento es después aprovechado he introducido en un algoritmo evolutivo multiobjetivo con manejo de preferencias, g-NSGA-II. Se concluye haciendo una comparación de los resultados obtenidos por ambos algoritmos.

Este trabajo se ha estructurado como sigue. En la sección II, para una mejor comprensión del artículo, se explican brevemente algunos conceptos básicos y se hace una corta presentación del algoritmo evolutivo multiobjetivo g-NSGAI. En la sección III se describe el problema de optimización del diseño de un tren de engranajes utilizado en este trabajo y se detallan los resultados experimentales y comparaciones realizadas. Por último, la sección IV comenta las conclusiones obtenidas.

## II. CONCEPTOS BÁSICOS

### A. Problema de optimización multi-objetivo

Un problema de optimización multiobjetivo es aquel que corresponde a una cierta realidad industrial, económica u otra y sobre el que un decisor desea optimizar varios objetivos usualmente en conflicto entre sí. En términos de minimización, un problema multiobjetivo se puede representar de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{Min. } F(x) &= f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x) \\ \text{s.a.} \\ g_k(x) &\leq 0 & k \in (1, 2, \dots, p) \\ h_l(x) &= 0 & l \in (1, 2, \dots, q) \end{aligned} \quad (1)$$

donde  $F(x)$  es el vector de objetivos a minimizar y  $n \geq 2$  el número de objetivos. Las ecuaciones  $g_k(x) \leq 0$  y  $h_l(x) = 0$  representan respectivamente  $p$  restricciones de desigualdad y  $q$  restricciones de igualdad. Los valores de  $x$  que satisfacen el conjunto de las  $(p+q)$  restricciones, definen el espacio realizable  $S$  (figura 1 izquierda). El vector  $x=(x_1, x_2, \dots, x_m) \in S$  es un vector solución de  $m$  variables de decisión.

El conjunto de las imagenes de cada solución realizable en el espacio de la decisión, conforma el conjunto de soluciones realizables en el espacio de los objetivos  $Z = f(S)$  (figura 1 derecha) definido como:

$$Z = \{z_1 = f_1(x), \dots, z_n = f_n(x), \forall x \in S\}$$

y donde  $z=(z_1, \dots, z_n) \in R^n$  representa una solución realizable en el espacio de los objetivos.

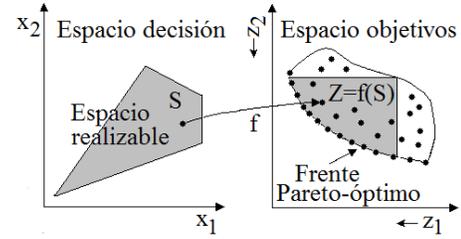


Fig. 1. Espacios realizable y de los objetivos.

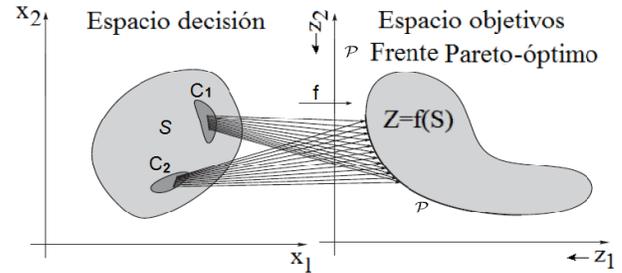


Fig. 2. Las imagenes de los conjuntos  $C_1$  y  $C_2$  tienen las mismas soluciones Pareto-óptimas (soluciones superpuestas) en el conjunto de soluciones  $P$  de Pareto.

En muchos problemas de optimización multiobjetivo, en la función descrita en (1), una solución imagen en el espacio de los objetivos puede tener dos o más soluciones origen en el espacio de la decisión. Más específicamente, puede existir  $x, y \in S$  con  $x \neq y$ , cuyas imagenes en el espacio de los objetivos tienen los mismos valores vectores objetivo  $F(x) = z^x = F(y) = z^y$  y donde  $z^x, z^y$  son dos soluciones superpuestas, ver la figura 2 tomada de [19].

Una solución  $z^t = (z_1^t, z_2^t, \dots, z_m^t)$  domina una solución  $z^u = (z_1^u, z_2^u, \dots, z_m^u)$  y se le conoce como Pareto-óptima si se verifican las siguientes condiciones:

- 1)  $z_j^t \leq z_j^u \quad \forall j \in (1, 2, \dots, m)$
- 2)  $\exists j \in (1, 2, \dots, m)$  tal que  $z_j^t < z_j^u$

al conjunto de soluciones Pareto-óptimas se le denomina conjunto o frente de Pareto.

### B. g-NSGAI

El algoritmo, referido en este trabajo como g-NSGAI [21], implementa el concepto de g-dominance en NSGAI (aunque otra metaheurística multiobjetivo puede ser utilizada). La g-dominance recoge la información preferente de un decisor expresada como un punto de referencia  $g$  y acorde a este punto, se prefieren aquellas soluciones que lo dominan o aquellas otras que son dominadas por el punto. Por ejemplo, para los puntos de referencia señalados por un decisor (uno es factible y el otro no-factible) de la figura 3, la g-dominance prefiere las soluciones de las regiones sombreadas (soluciones que dominan o son dominadas por los puntos  $g$ ) al resto de soluciones (soluciones incomparables respecto a los puntos  $g$ ). Dos ideas muy sencillas para implementar la g-dominance se

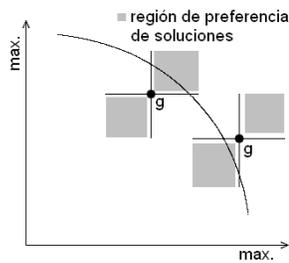


Fig. 3. Concepto de g-dominance.

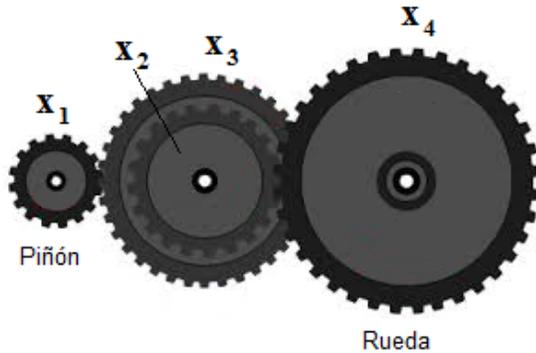


Fig. 4. Tren de engranajes.

proponen en [21]: la primera, cambiar la función de cómputo de la dominancia y la segunda, (es la opción utilizada en este trabajo) penalizar sumando una cantidad M muy grande (si las funciones objetivo son a minimizar) los valores de las funciones objetivo de aquellas soluciones que no pertenecen a las regiones de preferencia descritas más arriba.

### III. EXPERIMENTACIÓN

#### A. Problema de optimización del diseño de un sistema de engranajes

Este problema consiste en la optimización del diseño de un sistema de transmisión por engranajes (ver la figura 4). Se quiere encontrar el número de dientes de cada uno de los cuatro engranajes de forma que se minimicen simultáneamente el error entre la relación de transmisión obtenida y la relación de transmisión requerida de 1/6.931 y el máximo tamaño de cada uno de los cuatro engranajes. Formalmente el problema puede ser definido como sigue:

$$\begin{aligned} \text{Min. } f_1(x) &= \left[ \frac{1}{6.931} - \frac{x_1 x_2}{x_3 x_4} \right] \\ \text{Min. } f_2(x) &= \max(x_1, x_2, x_3, x_4) \\ \text{s.a. } 12 &\leq x_i \leq 60 \quad i = 1, 2, 3, 4 \end{aligned}$$

El problema tiene cuatro variables enteras representadas por el vector  $x=(x_1, x_2, x_3, x_4)$  que representan el número de dientes y fue introducido en [25]. También, el problema ha sido abordado con algoritmos evolutivos multiobjetivo [1], [7] y algoritmos híbridos (algoritmo genético + algoritmo de enjambre de partículas) [14]. En la figura 5 y tabla I se

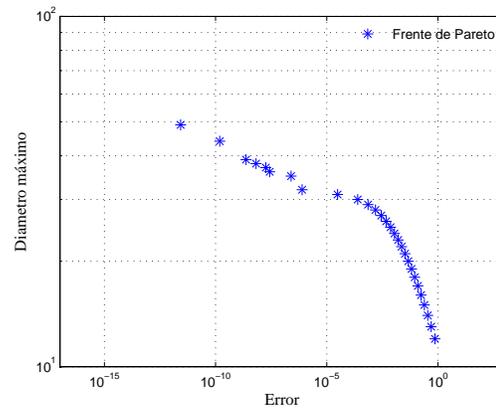


Fig. 5. Frente de soluciones reales de Pareto.

Tabla I  
SOLUCIONES DEL FRENTE REAL DE PARETO

Error	Diametro
0.73225787401136344100	12.00
0.50096906389721562740	13.00
0.34858934413235320720	14.00
0.24573898784775069500	15.00
0.17490853318752849760	16.00
0.12530932465497426900	17.00
0.09009909906751659148	18.00
0.06482759745921461148	19.00
0.04653540972049632213	20.00
0.03321553178525183530	21.00
0.02348290717683538045	22.00
0.01636669780661988150	23.00
0.01117686117050354332	24.00
0.00741677070159573685	25.00
0.00472497130608898024	26.00
0.00283572645110791773	27.00
0.00155189862994714318	28.00
0.00072605499550461945	29.00
0.00024713962960035547	30.00
0.00003096463758747167	31.00
0.0000077786323107034	32.00
0.0000025052320289728	35.00
0.0000002726450597715	36.00
0.0000001827380235300	37.00
0.0000000665488571288	38.00
0.0000000235764065802	39.00
0.0000000015450450500	44.00
0.000000000270085715	49.00

representan las soluciones (28) del frente real de Pareto las cuales se calcularon por enumeración.

#### B. Configuración de parámetros y métricas

Los valores de los parámetros de los algoritmos utilizados en todos los experimentos fueron los siguientes: codificación de la cadena binaria de 6 bits (el número máximo de dientes de cada uno de los cuatro engranajes debe ser un número  $\leq 60$ , lo cual se cumple utilizando 6 bits pues  $2^6=64$ ), tamaño de la población  $N=100$  soluciones, probabilidad de cruce (uniforme)=0.8 y probabilidad de mutación (bit a bit)=0.04 (1/24), estos valores son los utilizados en [7]. Por último, como condición de parada se usaron 1000 generaciones (100000

evaluaciones de la función objetivo).

Para la comparación de los resultados obtenidos por los algoritmos durante el proceso de optimización se utilizan visualizaciones gráficas de las soluciones obtenidas, medidas del número de soluciones alcanzadas pertenecientes al frente real de Pareto y la métrica del hipervolumen propuesta originalmente por Zitzler y Thiele [31], [32]. Esta métrica evalúa tanto la aproximación como la amplitud del frente no-dominado alcanzado. El punto de referencia para su cálculo es (620,65), un valor el cual garantiza que es dominado por cualquier solución factible del espacio de los objetivos. Para una mejor visualización, todas las gráficas son representadas en escala logarítmica. En todos los experimentos se realizaron 100 tiradas independientes de los algoritmos.

C. Resultados comparativos

Cuando NSGA-II es utilizado en problemas combinatorios con pocos objetivos, el número de soluciones superpuestas crece considerablemente [16] y [17]. Dado el carácter combinatorio, baja dimensionalidad (dos objetivos) y pequeño número de soluciones del frente real de Pareto (28) del problema considerado en este trabajo, se decidió hacer un estudio de la evolución del porcentaje medio de soluciones diferentes en la población del algoritmo NSGA-II. Dicho porcentaje (por generación) es mostrado en la figura 6. De dicha figura, se concluye que un porcentaje muy bajo, alrededor del 23%, de soluciones diferentes aparecen en la población del algoritmo durante prácticamente toda su evolución y, por tanto, el número de soluciones superpuestas es considerable.

A continuación, afín de investigar los efectos de suprimir las soluciones superpuestas de la población, un análisis del valor medio (y en %) de soluciones alcanzadas pertenecientes al frente de Pareto y desviación tras las 100 tiradas de prueba, con y sin eliminación de soluciones superpuestas fue realizado. Los resultados son mostrados en la tabla II y se observa que el porcentaje medio de soluciones alcanzadas que pertenecen al frente de Pareto, es mejor cuando una estrategia con eliminación de soluciones superpuestas de la población de NSGA-II es utilizada. Una lectura gráfica de los resultados anteriores puede verse en las figuras 7, 8, 9 y 10. Utilizando una estrategia sin eliminación de soluciones superpuestas, 25 soluciones del frente de Pareto son alcanzadas en el mejor de los ensayos y 22 en el peor de ellos, veáanse las figuras 7 y 8. Sin embargo, si la estrategia es con eliminación de las soluciones superpuestas, 26 soluciones del frente de Pareto son alcanzadas en el ensayo mejor (figura 9) y 23 en el peor ensayo (figura 10). También, los resultados del algoritmo usando ambas estrategias, con y sin eliminación de soluciones superpuestas, son comparados con la métrica del hipervolumen. Los resultados se muestran en las figuras 11 (hipervolumen medio) y 12 (hipervolumen desviación). La figuras 11 y 12 demuestran las ventajas de utilizar una estrategia con eliminación de las soluciones de la población del NSGA-II, pues la medida del hipervolumen es mayor desde las primeras generaciones.

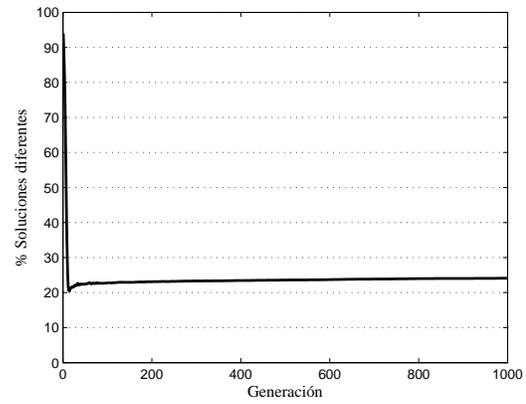


Fig. 6. Porcentaje medio del número de soluciones diferentes en la población de NSGA-II por generación.

Tabla II  
VALOR MEDIO (Y EN %) DE SOLUCIONES ∈ FRENTE DE PARETO ALCANZADAS CON Y SIN ELIMINACIÓN DE SOLUCIONES SUPERPUESTAS Y DESVIACIÓN

	$\bar{x}$	%	$\sigma$
NSGA-II <sup>sin</sup>	23.20	82.86	0.49
NSGA-II <sup>con</sup>	24.20	86.43	0.86

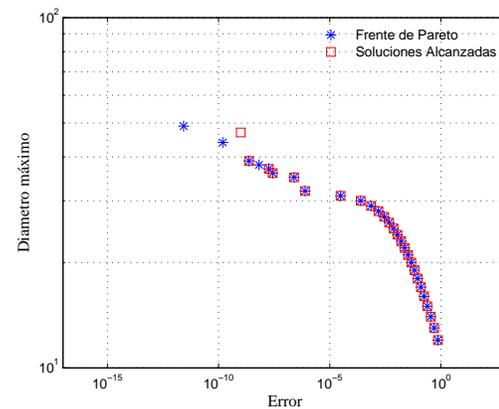


Fig. 7. Estrategia: sin eliminación de soluciones superpuestas, 25 soluciones del frente real de Pareto alcanzadas en el mejor ensayo con NSGA-II.

De la observación de las figuras 7, 8, 9 y 10, atrae la dificultad que tiene el algoritmo NSGA-II para converger hacia zonas del frente de Pareto con valores bajos del error y valores altos del diametro. Por esta razón, se determinó hacer un segundo estudio dividiendo el espacio de los objetivos en dos zonas (A y B) (figura 13). Para el fraccionado en zonas se utilizó el punto de referencia PR(0.0000000000000001, 39.0), el cual marca el comienzo de la zona de mayor dificultad de convergencia para el algoritmo. La zona A contiene las tres soluciones que pertenecen al frente real de Pareto de mayores valores diametro y la zona B contiene al resto de soluciones (ver tabla I).

Seguidamente, un análisis del número de veces (en %) que se alcanzan 0, 1, 2 y 3 soluciones del frente de Pareto de la

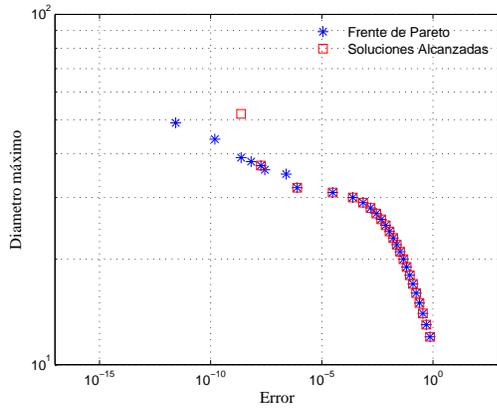


Fig. 8. Estrategia: sin eliminación de soluciones superpuestas, 22 soluciones del frente real de Pareto alcanzadas en el peor ensayo con NSGA-II.

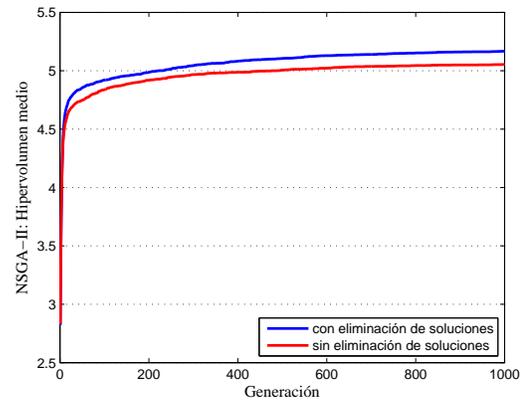


Fig. 11. Media métrica hipervolumen. NSGA-II con y sin eliminación de soluciones superpuestas.

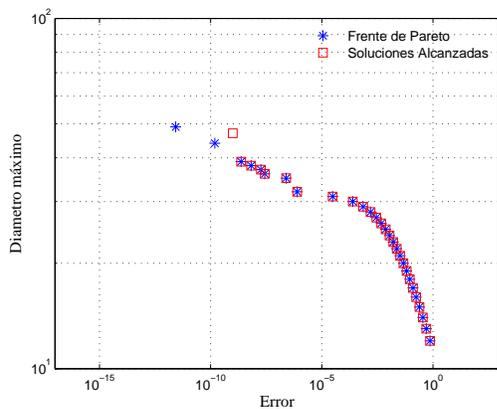


Fig. 9. Estrategia: con eliminación de soluciones superpuestas, 26 soluciones del frente real de Pareto alcanzadas en el mejor ensayo con NSGA-II.

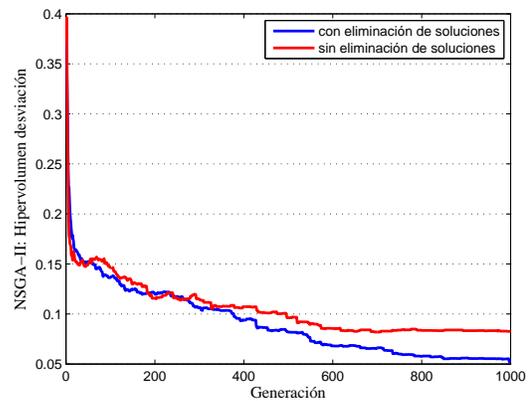


Fig. 12. Desviación métrica hipervolumen. NSGA-II con y sin eliminación de soluciones superpuestas.

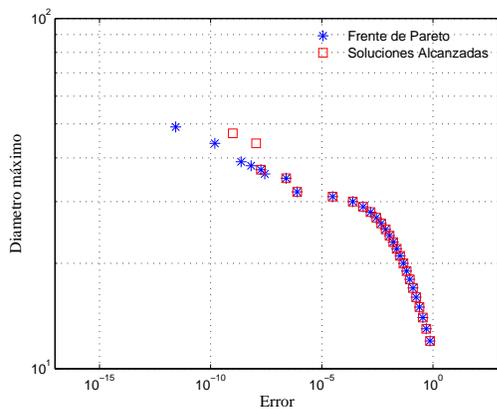


Fig. 10. Estrategia: con eliminación de soluciones superpuestas, 23 soluciones del frente real de Pareto alcanzadas en el peor ensayo con NSGA-II.

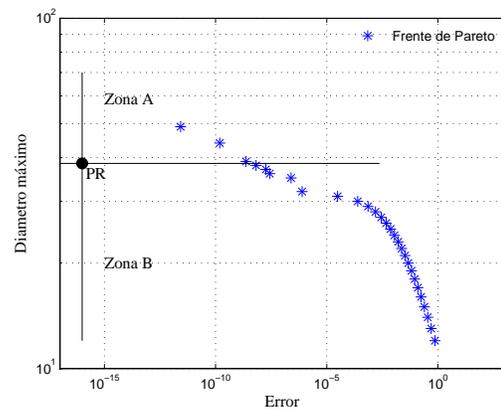


Fig. 13. Particionado del espacio de los objetivos según zonas A y B.

zona A, con y sin eliminación de soluciones superpuestas, es efectuado. Los resultados se muestran en la tabla III y se deduce que, por ejemplo, sin eliminación de soluciones superpuestas, 94 veces de 100 se alcanzan 0 soluciones del

frente de Pareto de la zona A, 6 veces de 100 se alcanza una única solución (ver figura 14) y nunca se logran 2 o las 3 soluciones que pertenecen al frente de Pareto de la zona A. Por otra parte, con una estrategia de eliminación de soluciones superpuestas, 64 veces de 100 no se alcanza ninguna solución,

Tabla III  
PORCENTAJES DE VECES QUE NSGA-II ALCANZA 0, 1, 2 Y 3 SOLUCIONES DEL FRENTE DE PARETO EN LA ZONA A, CON ESTRATEGIAS CON Y SIN ELIMINACIÓN DE SOLUCIONES SUPERPUESTAS

	0	1	2	3
NSGA-II <sup>sin</sup>	94%	6%	0%	0%
NSGA-II <sup>con</sup>	64%	36%	0%	0%

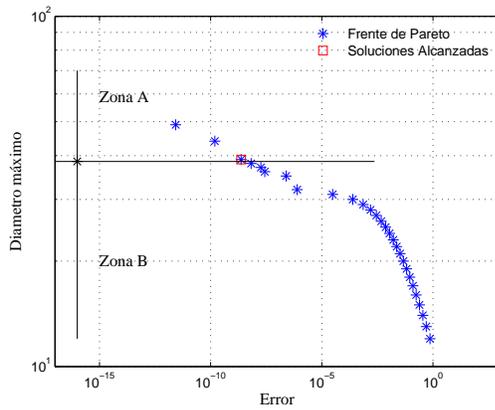


Fig. 14. Una solución del frente de Pareto alcanzada en 6 ocasiones (de 100) en zona A, cuando NSGA-II es ejecutado sin eliminación de soluciones superpuestas. Una solución del frente de Pareto alcanzada en 36 ocasiones (de 100) en zona A, cuando NSGA-II es ejecutado con eliminación de soluciones superpuestas.

36 veces se alcanza 1 solución (ver figura 14) y nunca se alcanzan 2 o las 3 soluciones pertenecientes al frente de Pareto de la zona A. Se concluye que una estrategia de eliminación de soluciones superpuestas de la población de NSGA-II mejora la convergencia del algoritmo en la zona A y además, con ambas estrategias NSGA-II tiene dificultades para bien converger en la zona A del frente de Pareto, de hecho nunca consigue alcanzar más de una solución en dicha zona con cualquiera de las dos estrategias.

El conocimiento de las dificultades de NSGA-II para encontrar soluciones-óptimas de Pareto en la zona A del espacio de los objetivos del problema estudiado, es utilizado para hacer un tercer estudio, de forma que el punto de referencia PR(0.0000000000000001 39.0) es introducido en un algoritmo multiobjetivo de la literatura con manejo de preferencias parciales del decisor. En particular se ha usado g-NSGA-II, aunque otro algoritmo evolutivo que utilice preferencias puede ser utilizado. La idea es converger exclusivamente en la zona A (zona de preferencia) del frente de Pareto usando g-NSGA-II y comparar los resultados obtenidos con los logrados en los experimentos anteriores con NSGA-II.

Un análisis del número de veces (en %) que se alcanzan 0, 1, 2 y 3 soluciones del frente de Pareto de la zona A, con y sin eliminación de soluciones superpuestas es ahora hecho usando g-NSGA-II. Los resultados se exponen en la tabla IV. Se concluye que la supresión de soluciones superpuestas de la población del algoritmo mejora considerablemente la convergencia del algoritmo, resultandose además que un 72%

Tabla IV  
PORCENTAJES DE VECES QUE g-NSGAI ALCANZA 0, 1, 2 Y 3 SOLUCIONES DEL FRENTE DE PARETO EN LA ZONA A, CON ESTRATEGIAS CON Y SIN ELIMINACIÓN DE SOLUCIONES SUPERPUESTAS

	0	1	2	3
g-NSGA-II <sup>con</sup>	1%	27%	50%	22%
g-NSGA-II <sup>sin</sup>	47%	51%	2%	0%

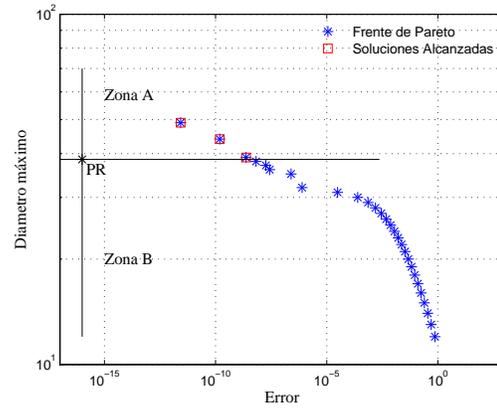


Fig. 15. Todas las soluciones del frente de Pareto de zona A alcanzadas en 22 ocasiones (de 100), cuando g-NSGA-II es ejecutado con eliminación de soluciones superpuestas.

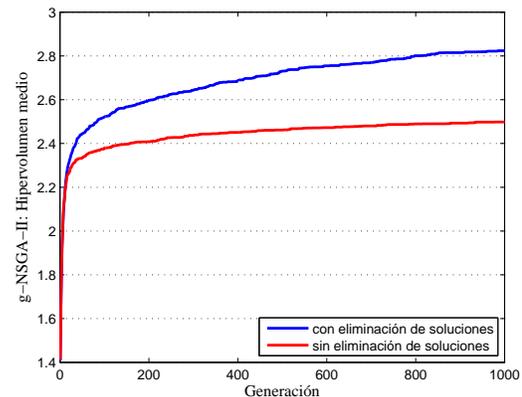


Fig. 16. Media métrica hipervolumen. g-NSGA-II con y sin eliminación de soluciones superpuestas.

de las veces se alcanzan al menos 2 o las 3 soluciones del frente de Pareto (50% de veces 2 soluciones y 22% de veces las tres soluciones de la zona A, ver la figura 15 para este último caso). Asimismo, se destaca que usando una estrategia con eliminación de las soluciones superpuestas de la población, en el 99% de las veces el algoritmo g-NSGAI obtiene al menos una solución del frente real de Pareto de la zona A. Finalmente, los resultados anteriores obtenidos con g-NSGA-II son también comparados con la métrica del hipervolumen y se muestran en las figuras 16 (hipervolumen medio) y 17 (hipervolumen desviación). Se observa que una estrategia con eliminación de las soluciones de la población del g-NSGA-II, incrementa la medida del hipervolumen.

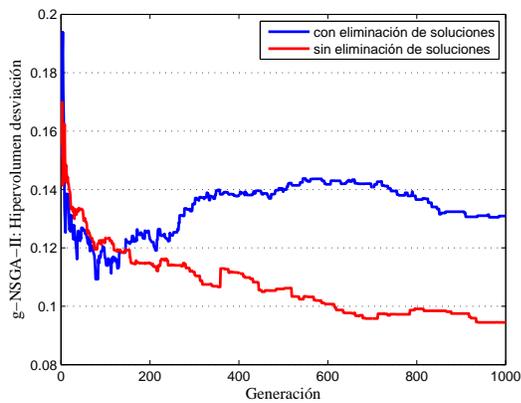


Fig. 17. Desviación métrica hipervolumen. g-NSGA-II con y sin eliminación de soluciones superpuestas.

Tabla V

PORCENTAJES DE VECES QUE NSGA-II Y G-NSGAI ALCANZAN 0, 1, 2 Y 3 SOLUCIONES DEL FRENTE DE PARETO EN LA ZONA A, SIN ELIMINACIÓN DE SOLUCIONES SUPERPUSTAS DE LA POBLACIÓN

	0	1	2	3
NSGA-II <sup>sin</sup>	94%	6%	0%	0%
g-NSGA-II <sup>sin</sup>	47%	51%	2%	0%

Tabla VI

PORCENTAJES DE VECES QUE NSGA-II Y G-NSGAI ALCANZAN 0, 1, 2 Y 3 SOLUCIONES DEL FRENTE DE PARETO EN LA ZONA A, CON ELIMINACIÓN DE SOLUCIONES SUPERPUSTAS DE LA POBLACIÓN

	0	1	2	3
NSGA-II <sup>con</sup>	64%	36%	0%	0%
g-NSGA-II <sup>con</sup>	1%	27%	50%	22%

Como resumen, las diferencias de resultados obtenidos por ambos algoritmos, NSGA-II y g-NSGA-II, son mostrados en las tablas V y VI. Se observa que con ambas estrategias, con y sin eliminación de soluciones de las poblaciones de los algoritmos, los resultados logrados por g-NSGA-II en la zona A del espacio de los objetivos son claramente mejores que los obtenidos por NSGA-II. No obstante, conviene recordar aquí las diferentes concepciones de ambos algoritmos: la búsqueda de un extenso y completo frente de soluciones que realiza NSGA-II y la identificación y explotación de una zona de interés que produce g-NSGA-II.

#### IV. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este trabajo se presenta, primero un análisis de los resultados sobre la calidad del frente de Pareto alcanzado sobre un problema de optimización con dos objetivos del diseño de un tren de engranajes, cuando las soluciones superpuestas de las poblaciones de dos algoritmos evolutivos multiobjetivo, NSGA-II y g-NSGA-II, fueron manipuladas y segundo, una comparación de los resultados logrados por ambos algoritmos.

En un primer estudio, se realizó un análisis de la convergencia al frente completo de Pareto logrado por el algoritmo NSGA-II, cuando estrategias de eliminación y no eliminación de soluciones superpuestas de la población del algoritmo

fueron utilizadas. Luego, el análisis se focalizó en aquellas zonas del frente de Pareto de mayor dificultad de convergencia para NSGA-II. Concluyéndose que una estrategia de eliminación de las soluciones superpuestas de la población de NSGA-II, mejora su convergencia. Además, con ambas estrategias, con y sin eliminación de soluciones superpuestas, NSGA-II tiene muchas dificultades para bien converger en aquella zona del espacio de los objetivos de mayor diametro de los engranajes y menor error de transmisión del sistema de engranajes.

En un segundo estudio, el conocimiento de aquellas zonas de difícil convergencia para NSGA-II, fue aprovechado y utilizado en forma de punto de referencia en un algoritmo multiobjetivo de la literatura, g-NSGA-II, con manejo de preferencias parciales del decisor. También, al igual que con NSGA-II, los resultados obtenidos muestran que una estrategia de eliminación de soluciones superpuestas de la población del g-NSGA-II, mejora notablemente su convergencia.

Por último, los resultados obtenidos con ambos algoritmos NSGA-II y g-NSGA-II fueron comparados, y se concluye que con ambas estrategias, con y sin eliminación de soluciones superpuestas de las poblaciones de los algoritmos, los resultados logrados por g-NSGA-II en la zona de interés del espacio de los objetivos, son claramente mejores que los obtenidos por NSGA-II. Aunque, debería considerarse las diferentes concepciones de ambos algoritmos: la búsqueda de un extenso y completo frente de soluciones que realiza NSGA-II y la identificación y explotación de una zona de interés que produce g-NSGA-II.

El trabajo futuro incluye estudiar en detalle la influencia de los diferentes parámetros probando por ejemplo, otras diferentes funciones de selección y tasas de cruce y mutación que pudieran mejorar los resultados en la zona del frente de Pareto de difícil convergencia. Además se considerarán otras comparaciones con algoritmos del estado del arte basados en descomposición con y sin preferencias.

#### AGRADECIMIENTOS

Agradecemos el soporte del Departamento de Informática y Sistemas de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria (ULPGC), España.

Este trabajo forma parte del proyecto de investigación Diseño, Validación y Aplicación de Nuevos Modelos de Gestión de Operaciones Basados en Programación Matemática Aplicados a Sistemas Productivos y Logísticos (PIP-CONICET 11220150100777CO, Investigador responsable Dr. Mariano Frutos), financiado por el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Argentina.

#### REFERENCIAS

- [1] A. H. Aguirre, S. B. Rionda, and G. Lizarraga, *ISPAES: Evolutionary Multi-Objective Optimization with Constraint Handling*, In Proceedings of the Fourth Mexican International Conference on Computer Science, pages 338-345, 2003.
- [2] L. Ben Said, S. Bechikh, K. Ghedira, *The r-Dominance Relation for Interactive Evolutionary Multicriteria Decision Making*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 14(5), pages 801-818, 2010.

- [3] J. Branke, K. Deb, *Integrating User Preferences into Evolutionary Multi-Objective Optimization*, In Y. Yin, Knowledge Incorporation in Evolutionary Computation, pages 461-478, Heidelberg, Germany, Springer, 2005.
- [4] J. Branke, *Consideration of Partial User Preferences in Evolutionary Multiobjective Optimization*, In Branke et al. (Eds.): Multiobjective Optimization, LNCS Volume 5252, pages 157-178, 2008.
- [5] C.A. Coello, *Using the Min-Max Method to Solve Multiobjective Optimization Problems with Genetic Algorithms*, In Progress in Artificial Intelligence, IBERAMIA 98, LNCS, Springer-Verlag, 1484, 303-313, 1998.
- [6] C.A. Coello, G.B. Lamont, D.A. Van Veldhuizen, *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*, Springer, 2007.
- [7] K. Deb, A. Pratap, S. Moitra, *Mechanical Component Design for Multiple Objectives Using Elitist Non-Dominated Sorting GA*, Lecture Notes in Computer Science vol. (1917) Parallel Problem Solving from Nature PPSN VI, edited by Schoenauer, M., Deb, K., Rudolph, G., Yao, X., Lutton, E., Merelo, J. J., and Schwefel, H.-P., Springer, Berlin, Germany, pages 859-868, 2000.
- [8] K. Deb. Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms. Wiley, 2001.
- [9] K. Deb, A. Pratap, S. Agrawal, T. Meyarivan, *A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm : NSGA-II*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 6(2), pages 182-197, 2002.
- [10] K. Deb, J. Sundar, U. Bhaskara, S. Chaudhuri, *Reference Point Based Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*, International Journal of Computational Intelligence Research, 2(3), pages 273-286, 2006.
- [11] K. Deb, H. Jain, *An Evolutionary Many-Objective Optimization Algorithm Using Reference-point Based Non-dominated Sorting Approach, Part I: Solving Problems with Box Constraints*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation 18(4), pages 577-601, 2014.
- [12] T. Friedrich, T. Kroeger, F. Neumann, *Weighted Preferences in Evolutionary Multi-Objective Optimization*, Proceedings of the 24th Australasian Joint Conference on Artificial Intelligence (AI 2011), Perth, WA, Australia, 2011.
- [13] M. Frutos, M. Méndez, F. Tohmé, D. Broz *Comparison of Multiobjective Evolutionary Algorithms for Operations Scheduling under Machine Availability Constraints*, The Scientific World Journal Vol. 2013, Article 418396, 2013.
- [14] H. Garg, *A hybrid PSO-GA algorithm for constrained optimization problems*, Applied Mathematics and Computation, Elsevier, Vol. 274, pages 292-305, 2016.
- [15] P. Hajela, C.-Y. Lin, *Genetic search strategies in multicriterion optimal design*, Structural optimization, Springer-Verlag, 4(2), pages 99-107, 1992.
- [16] H. Ishibuchi, K. Narukawa, Y. Nojima, *Handling of overlapping objective vectors in evolutionary multiobjective optimization*, International Journal of Computational Intelligence, 1(1), pages 1-18, 2005.
- [17] H. Ishibuchi, N. Tsukamoto, Y. Nojima, *Incorporation of Decision Maker's Preference into Evolutionary Multiobjective Optimization Algorithms*, GECCO 2006.
- [18] H. Jain, K. Deb, *An Evolutionary Many-Objective Optimization Algorithm Using Reference-point Based Non-dominated Sorting Approach, Part II: Handling Constraints and Extending to an Adaptive Approach*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation 18(4), pages 602-622, 2014.
- [19] R. Kudikala, P. Fleming, I. Giagkiozis, *Increasing the Density of Multi-Objective Multi-Modal Solutions using Clustering and Pareto Estimation Techniques*, The 2013 World Congress in Computer Science Computer Engineering and Applied Computing, 2013.
- [20] M. Méndez, B. Galván, D. Salazar, D. Greiner, *Multiple-Objective Genetic Algorithm Using the Multiple Criteria Decision Making Method TOPSIS*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer Berlin, 618(3), pages 145-154, 2008.
- [21] J. Molina, L.V. Santana, A.G. Hernández-Díaz, C.A. Coello Coello, R. Caballero, *g-dominance: Reference point based dominance for multiobjective metaheuristics*, European Journal of Operational Research, 19(2), pages 685-692, 2009.
- [22] L. R. Pedro, R. H. C. Takahashi, *INSPM: An interactive evolutionary multi-objective algorithm with preference model*, Information Sciences 268, pages 202-219, 2014
- [23] L. Rachmawati, D. Srinivasan, *Preference Incorporation in Multi-objective Evolutionary Algorithms: A Survey*, In Proc. IEEE Congress on Evolutionary Computation, pages 962-968, 2006.
- [24] A. B. Ruiz, R. Saborido, M. Luque, *A preference-based evolutionary algorithm for multiobjective optimization: the weighting achievement scalarizing function genetic algorithm*, Journal of Global Optimization, Springer US, DOI: 10.1007/s10898-014-0214-y, 2014.
- [25] E. Sandgren, *Non linear integer and discrete programming in mechanical design*, In Proceedings of the ASME Design Technology Conference, F.L.Kissimine, pages 95105, 1988.
- [26] K. Sindhya, A.B. Ruiz, K. Miettinen, *A Preference Based Interactive Evolutionary Algorithm for Multi-objective Optimization: PIE*, Evolutionary Multi-Criterion Optimization, Lecture Notes in Computer Science, 6576, 212-225, 2011.
- [27] L. Thiele, K. Miettinen, P.J. Korhonen, J. Molina, *A preference-based evolutionary algorithm for multiobjective optimization*, Evolutionary Computation, 17(3), pages 411-436, 2009.
- [28] D.A. Van Veldhuizen, B.S. Sandlin, R.E. Marmelstein, G.B. Lamont, A.J. Terzuoli, *Finding improved wire-antenna geometries with genetic algorithms*, In the 1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings, 102-107, 1998.
- [29] A.P. Wierzbicki, *The use of reference objectives in multiobjective optimization*, In G. Fandel and T. Gal (Eds.): Multiple Criteria Decision Making Theory and Applications, pages 468-486, Berlin, Springer-Verlag, 1980.
- [30] Q. Zhang, H. Li, *MOEA/D: A multi-objective evolutionary algorithm based on decomposition*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 11(6), pages 712731, 2009.
- [31] E. Zitzler, L. Thiele, *Multi-objective optimization using evolutionary algorithmsa comparative case study*, In Parallel Problem Solving From Nature, A. E. Eiben et al. (Eds.), vol. 1498 of Lecture Notes in Computer Science, pages 292-301, 1998.
- [32] E. Zitzler, L. Thiele, *Multi-objective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 3(4), pages 257-271, 1999.
- [33] E. Zitzler, M. Laumanns, L. Thiele, *SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm*, In Proc. EUROGEN 2001, (K. Gianakoglou et al. (Eds.), Athens, Greece, 2001.
- [34] E. Zitzler, D. Brockhoff, L. Thiele, *The Hypervolume Indicator Revisited: On the Design of Pareto-compliant Indicators Via Weighted Integration*, Lecture Notes in Computer Science, vol. 4403, pages 862-876, Springer Heidelberg, 2007.