Análisis de agrupamientos de pedidos mediante enumeración exhaustiva en la MRP

Tania Daiana Tobares[1], Claudio Fabián Narambuena[2], Fabricio Orlando Sanchez Varretti[1]

[1] Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional San Rafael, Gral. Urquiza 314, 5600, San Rafael, Mendoza, Argentina,
tanitobares@hotmail.com,
[2] Instituto de Física Aplicada, CONICET, Chacabuco 917, 5700 San Luís, Argentina.

Abstract. El abastecimiento de las demandas de producción en la actualidad requiere de una planificación precisa que cumpla con los objetivos de la empresa y que sea responsable con el entorno. Es por ello que es necesario que la Planificación de Requerimientos de Materiales (MRP) se realice con nuevos métodos para que la producción se lleve a cabo en tiempo y forma y de manera sustentable. Distintos modelos de programación dinámica han sido utilizados por empresas de clase mundial consiguiendo con ellos menores costo de abastecimiento y optimizando recursos en base a múltiples desarrollos a lo largo del siglo pasado. También es bien conocido el efecto del agrupamiento (clustering) tanto de las tareas y procesos como de los sistemas físicos en la naturaleza y en las sociedades, donde las combinaciones posibles de ordenamientos de los elementos que los componen es de crucial importancia. En este trabajo hemos analizado el tamaño de los grupos de pedidos de todas las combinaciones posibles de pedido de materiales para una serie de necesidades. También hemos relacionado la probabilidad de ocurrencia de cada agrupamiento con su tamaño y los costos asociados.

Keywords: planificación de requerimientos de materiales, agrupamientos, probabilidad.

1 Introducción

La planificación de la producción es de suma importancia en las empresas en especial con respecto a la Planificación de Requerimientos de Materiales (MRP) necesarios para que las mismas puedan producir en tiempo y forma de manera que abastezcan a la demanda. Es por esto que se plantea la necesidad de analizar diversas técnicas alternativas [1] que permitan optimizar los procesos de modo que se obtengan no solo beneficios económicos sino de reducción de desperdicios y que conduzcan a la sustentabilidad [2].

Diversos modelos de programación dinámica son utilizados por empresas de primera línea, ya que se consigue con ellos menores costo de abastecimiento, existiendo mltiples desarrollos a lo largo de las últimas 7 décadas [3]. En particular el algoritmo de Harvey M. Wagner y Thompson M. Whitin (W&W) [4] ha sido muy utilizado motivando desarrollos posteriores.

Por otro lado es bien conocido el efecto del agrupamiento (clustering) tanto de las tareas y procesos [5] como de los sistemas físicos [6] donde las combinaciones posibles de ordenamientos de las tareas es de crucial importancia [7].

En el presente trabajo se aborda una metodología poco utilizada en la solución de problemas de abastecimiento de materias primas y/o materiales para la producción de un determinado producto. Para esto nos introduciremos en el análisis de todas las combinaciones posibles de pedidos dentro de un programa de Planeación de Requerimientos de Materiales mediante un algoritmo computacional que puede ser de gran utilidad en la producción de bienes y servicios. Posteriormente analizaremos la forma en que se ordenan los grupos de pedidos de modo tal de obtener un criterio de utilidad en la planificación de requerimientos de materiales. También es de interés analizar el tamaño de estos agrupamientos.

Nos concentraremos en las decisiones del tipo Single-Level Lot Sizing, un problema del tipo NP-Hard [8], que nos permite identificar cuándo y cuánto de nuestro producto debemos producir minimizando los costos de producción, almacenamiento y generando un beneficio para el entorno local. Podemos citar aplicaciones industriales donde se aprecian las distintas variantes y complejidades aparejadas con la temática; donde las herramientas de optimización para distintos modelos de simulación dependen directamente de la complejidad del sistema en cuestión y donde además se abordan estos problemas con software comercial y desarrollos propios [9].

Nos proponemos como objetivo del trabajo enumerar todas las combinaciones posibles de formas de pedir materias primas dentro de programa de producción; con esta lista de combinaciones y, mediante un algoritmo que recorre todas estas opciones, calcularemos a su vez el costo de cada una de estas para luego analizar como se agrupan los pedidos para cada solución óptima.

El trabajo se organiza de la siguiente manera; en la sección 1 hemos presentado una breve introducción al tema, en la sección 2 definimos el problema; en la sección 3 haremos un desarrollo teórico y experimental del tema y posteriormente en la sección 4 presentaremos los resultados. Por último en la sección 5 se muestran las conclusiones.

2 Definición del Problema

Definir el tamaño de lote de producción es uno de los problemas más frecuentes y también uno de los más complejos en lo que respecta a la planificación de la producción, así como también carencia de modelos dinámicos óptimos en la adquisición y distribución de bienes y servicios. La complejidad del problema del tamaño de lote depende de los elementos a tener en cuenta en este modelo. Podemos nombrar algunos de ellos como son el horizonte de planificación, el número de productos, las limitaciones de los recursos, la demanda, etc. siendo estos los factores que afectan al modelado y la complejidad en la determinación del tamaño de lote [11,10].

El horizonte de planificación es el intervalo de tiempo en el que el programa maestro de producción se extiende hacia el futuro, pudiendo ser finito o infinito. Debido a esto, la prestación de servicios o la producción de productos exigen una cuidadosa planificación y programación para permanecer dentro de las limitaciones de los recursos empresariales. Un horizonte de planificación finito suele ir acompañado de una demanda dinámica, donde la demanda se conoce con certeza pero varía al período siguiente; y un horizonte de planificación infinito suele ir acompañado por la demanda estacionaria, en el sentido de que un producto muestra estacionalidad cuando la serie de tiempo siguiente atraviesa un ciclo predecible dependiendo de la época del año. Además, el sistema puede ser observado de forma continua o en intervalos de tiempo discreto, por lo que se lo clasifica como un sistema continuo o discreto. Los primeros son aquellos en los que las variables de estado cambian de forma continua con el paso del tiempo; y los segundos, son aquellos en los que las variables de estado cambian instantáneamente en instantes separados de tiempo. La mayor parte del software de MRP carga el trabajo en unidades de tiempo, por lo general de una semana. Tradicionalmente, cuando el trabajo se va a realizar en una semana dada, la MRP coloca ahí el trabajo sin importar la capacidad. En consecuencia a la MRP se le considera una técnica de programación infinita [1].

En estos problemas se plantea la hipótesis de que durante cada período de tiempo a lo sumo un tipo de elemento puede ser producido con el recurso. La MRP es una herramienta excelente para la administración de recursos y la programación en instalaciones orientadas al proceso, es decir, en trabajos de taller. Este tipo de instalaciones incluyen talleres de máquinas, hospitales y restaurantes, donde los tiempos de entrega son relativamente estables y se espera que haya poco balance entre los centros de trabajo. A menudo la programación de las tareas se rige por las órdenes de trabajo, y los tamaños de los lotes se determinan mediante la explosión de la lista estructurada de materiales. Debido a este supuesto, las decisiones de tamaño de lote y programación se pueden tomar al mismo tiempo donde un único artículo se asigna a cada período de planificación y la secuencia resultante de las asignaciones ítem-período define de forma natural el programa de producción. El principal objetivo de la planeación es la de equilibrar los requerimientos y los recursos de producción. La planeación agregada parte de un pronóstico (predicción del futuro de los requerimientos), y puede optar, teniendo en cuenta sus recursos, si actuar sobre la capacidad o la demanda para establecer dicho equilibrio.

Según lo propuesto hasta el momento nos proponemos: enumerar todas las combinaciones posibles de tamaño de pedidos (llamados agrupamientos en este trabajo) dentro de un plan dado de requerimiento de materiales, calcular la probabilidad de ocurrencia de estos agrupamientos y relacionar la probabilidad de ocurrencia de cada grupo de pedidos en función de su tamaño y los costo de realizar el pedido de este agrupamiento (C_p) y el costo de mantener en el inventario cada uno de los elementos del agrupamiento (C_m).

Veremos a continuación los conceptos asociados a los grupos de pedidos y las características que los identifican.

3 Desarrollo teórico y experimental

La evolución de los lenguajes y lo que hoy conocemos como algoritmos computacionales, desde su aparición hasta nuestros días son, y seguirán siendo; vitales para el desarrollo de aplicaciones para computadoras [12]. Es interesante saber que el manejo y dominio de la lógica de programación para resolver problemas, sirve para poder aplicarlo tanto en el uso cotidiano y doméstico, como en las empresas debido a la gran utilidad que se le da hoy en día [13]. Al conjunto de todas las operaciones a realizar y el orden en que deben efectuarse, se le denomina algoritmo. Es un método para resolver un problema mediante una serie de datos precisos, definidos y finitos. A continuación compararemos dos métodos utilizados en la planificación de requerimientos de materiales.

3.1 Planificación de Requerimientos de Materiales

La Planificación de Requerimientos de Materiales, es una técnica de demanda dependiente que usa listas de materiales, inventario, facturación esperada y programas maestros de producción, con la finalidad de determinar los requerimientos de materiales. Para hacer efectiva esta planificación, el administrador de operaciones o el encargado del sector de producción deberá:

1. Generar un programa maestro de producción (qué y cuándo debe producirse).
2. Detallar un listado de especificaciones y materiales necesarios para la elaboración de un producto.
3. Verificar cuál es el inventario disponible.
4. Ver qué órdenes de compra están pendiente.
5. Controlar los tiempos de producción y entrega.

Además, cabe destacar que el plan de requerimiento de materiales es global, ya que es un programa que muestra la demanda total además de decirnos como y cuando debe colocarse una orden a los proveedores, o cuando debe iniciar la producción para satisfacer la demanda sin olvidarnos de obtener beneficios tangibles para una mayor calidad de vida, proyectando propuestas amigables con el entorno.

3.2 Combinaciones posibles en programación dinámica

A modo de ejemplo se realiza el análisis del modelo heurístico de algoritmo de W&W comparado con el estudio de todas la combinaciones posibles para la realización de un pedido de materiales. Tomamos como ejemplo $N = 2$, siendo N la cantidad de períodos temporales que abarca la planificación de requerimientos de materiales y α las cantidades a pedir en cada período.

Períodos	A	B
Necesidades	α_1	α_2

Table 1. Requerimientos netos para dos períodos.

La solución obtenida mediante el algoritmo de W&W viene dada por [4]: $N((N+1)/2) = 2((2+1)/2) = 3$. Obtenemos como resultado 3 que refiere al número de cálculos que realiza el algoritmo para llegar a las solución óptima; i) pedir las necesidades del período A, ii) pedir todas las necesidades del período $A+B$, iii) pedir las necesidades del período B.

Para todas las combinaciones posible tenemos: $2^{(N-1)} = 2^{(2-1)} = 2$. En el caso de todas las combinaciones posible existen 2 formas distintas de pedir; i) pedir las necesidades de A por lado, y las necesidad de B otro lado, ii) pedir las necesidades de $A+B$ en un único período.

Sin embargo, en el algoritmo de W&W [4] algunas de las formas de pedir que propone no son consideradas soluciones completas, no se lograría cumplir con los requerimientos para poder producir en todos los períodos ya que son soluciones parciales. Este se encarga de evaluar y reunir esas combinaciones posibles que por si solas no son una solución total.

Las combinaciones posibles de ordenamientos de las tareas es un proceso que puede ser de difícil cálculo ya que es de crecimiento exponencial; por lo que la implementación de un algoritmo de programación que explore todas las combinaciones posibles de pedido de materiales puede ser un proceso arduo y muy demandante en términos computacionales. Un método para resolver el problema de optimización es enumerar $2^{(N-1)}$ combinaciones de ordenar N período (en este caso se asume que una orden es colocada en el primer período). En general, puede ser necesario para poner a prueba las N políticas en el período N-ésimo, lo que implica una tabla de $2^{(N-1)}$ entradas con todas las posibles formas de pedir (frente a las $N(N+1)/2$ posibilidades del algoritmo de W&W por ejemplo). Sin embargo es aplicable en la actualidad hasta ciertos valores de N ya que el poder de cálculo necesario para analizar todas estas combinaciones no es suficiente. A modo de ejemplo podemos ver en la Tabla 2 una comparación del tiempo necesario para ejecutar un programa realizado en el lenguaje de programación *Fortran* y que explora todas las combinaciones posibles de realizar los pedidos de materiales. Para tamaños pequeños de N el tiempo de ejecución es del orden de 1 *segundo* sin embargo para tamaños grandes el tiempo de ejecución crece hasta $10^6 segundos$. Sin embargo nuestro programa enumera todas las formas de pedir y genera un listado con las mismas, esto posibilita la utilización de esta información a la hora de evaluar el costo total de cada una de estas posibilidades sin tener que volver a calcular las posibles formas de realizar el pedido. Este programa fue validado analizando manualmente todas las formas de pedir para los casos de N menores que 6. También se llevó a cabo una segunda metodología para la generación de este listado mediante la generación aleatoria de las distintas formas de realizar el pedido.

N	$tiempo(s)$
5	1
$\vdots$	$\vdots$
11	10^3
12	10^5
13	10^6

Table 2. Tiempos de ejecución del programa que genera el listado de las distintas combinaciones posibles de realizar el pedido.

En la Fig. 1 se muestran ambos métodos nombrados anteriormente, se observa que la cantidad de combinaciones posibles necesarias para obtener la solución óptima crece en forma abrupta al explorar todas las combinaciones posibles de formas de pedir.

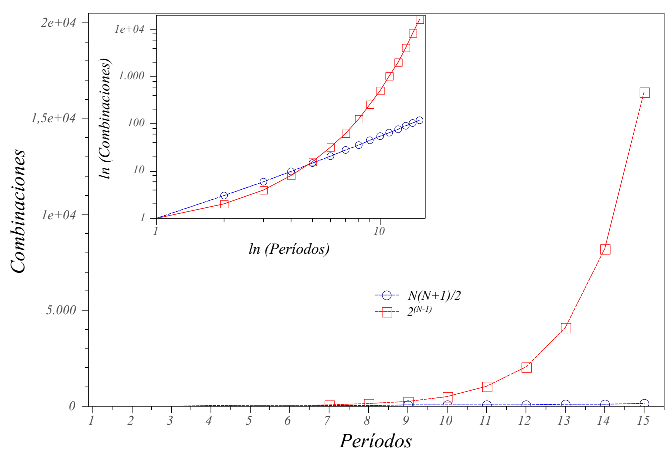

Fig. 1. Comparación entre las combinaciones posibles exploradas por el algoritmo de W&W y todas las combinaciones posibles de pedidos. Las líneas de trazos son una guía visual.

En el eje de las abscisas se representan la cantidad de períodos, mientras que en el eje de las ordenadas se observan la cantidad de formas posibles de pedir. Podemos ver que a partir de $N = 5$ el número de formas de pedir de todas las combinaciones posibles es mayor que el número de formas de pedir para el algoritmo de W&W (número de cálculos que realiza para llegar a las solución óptima.). Además podemos observar que a partir de $N = 6$ existen formas de pedir que el algoritmo de W&W no contempla y que queremos explorar. Sera conveniente analizar, dentro de estas combinaciones, que tamaño de agrupamiento es tiene mayor preponderancia, es decir si para una relación de costos dada hay una combinación de tamaños de agrupamientos que aparezca con mayor frecuencia. Para esto debemos hacer un análisis estadístico de cuales son los tamaños de agrupamiento que son seleccionados con algún criterio de optimización para cada tamaño de periodo N. Queremos saber si cada pedido óptimo que se selecciona para una dada cantidad de materia prima a pedir en cada período tiene una distribución uniforme o si hay algún tamaño de agrupamiento que aparece con mayor frecuencia. Para ello desarrollamos un nuevo programa en el lenguaje de programación $Fortran$. Este programa, en base al listado de combinaciones posibles de realizar el pedido que fue generado con el programa antes mencionado, genera una serie de pedidos de tamaño N en donde en cada período asigna cantidades a pedir en forma aleatoria entre cero y un valos máximo.

El algoritmo propuesto es el siguiente:

1. *Definir vector con N períodos;*
2. *Definir las cantidades a pedir en cada uno de los N períodos;*
3. *Definir los costos de preparación y almacenaje de cada período;*
4. *Recorrer el vector N calculando todas las combinaciones posibles de pedido;*
5. *Calcular el costo total de cada combinación obtenida;*
6. *Si el costo total es un mínimo;*
7. *Sumar los grupos de pedidos de acuerdo a su tamaño;*
8. *Almacenar los grupos de pedidos de acuerdo a su tamaño;*
9. *Repetir;*

Este procedimiento se repetirá para distintos valores N y distintas cantidades a pedir en cada intervalo. Las cantidad de experimentos aleatorios de cada realización de N es de 10^6, obteniédose los resultados estadísticos en base al promedio de los mismos. El algoritmo fue validado al comparar los resultados obtenidos con los métodos usuales, también se comparó con la resolución manual de diversos casos inclusive los triviales como el caso en que la cantidad a pedir en cada período es constante.

Nos interesa saber con que frecuencia aparecen los distintos tamaños de agrupamientos para cada vector con N períodos. Podemos representar en un histograma las frecuencias de aparición de los distintos agrupamientos que arrojaron los costos óptimos. Esta distribución la podemos caracterizar mediante una distribución binomial, la cual posee una media y una desviación estándar. Aquí hemos definido una característica o medida distintiva que permita caracterizarlos y de este modo diferenciar un estado de otro. Registrando el tamaño de cada agrupamiento (la cantidad de períodos que abarca ese agrupamiento) estamos caracterizando nuestro sistema. A su vez analizando el histograma de la distribución de las frecuencia de aparición de estos tamaños podemos definir una media y una distribución de los mismos.

3.3 Agrupamiento

El análisis del agrupamiento (*clustering*) está relacionado con la forma en que se congregan un número de elementos en una forma determinada llamados grupos (*cluster*) de acuerdo a una característica o medida distintiva [5]. En el caso del agrupamiento unidimensional el problema de cómo se agrupan los elementos puede estar representado solamente por una característica propia del sistema. De este modo para discutir las propiedades medias debemos analizar la estadística de los grupos en cuestión [6]. A pesar que los grupos se definen como elementos iguales juntos y con espacios vacíos en ambos extremos, en nuestro caso consideraremos los grupos como el conjunto de elementos dentro de un mismo lote de pedidos, inclusive si tiene elementos donde el pedidos es nulo en ese grupo. En función de estas suposiciones analizaremos cuáles son los tamaños medios de estos grupos, cómo se distribuyen y cuáles son los costos asociados a estas distribuciones.

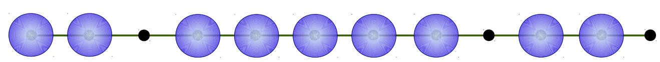

Fig. 2. Sistema unidimensional con cinco sitios ocupados (centro) formando un cluster.

En la Fig. 2 vemos un esquema de una red unidimensional donde algunos de los sitios de la de la misma están ocupados (círculos azules) y otros no lo están. Los sitios vecinos forman estructuras llamadas *clusters*. Las cantidades relevantes dependerán de la concentración de sitios ocupados y de la geometría de la red. En nuestro caso cada uno de los períodos considerados puede tener asociado una cantidad de pedido o estar vacío. Luego de analizar todas las combinaciones posibles lo que hacemos es definir agrupamientos del tamaño de esas combinaciones. Esto nos define un sistema de n agrupamientos que asociamos a la cantidad de pedidos a realizar en el período. En la Fig. 3 podemos observar un sistema formado por $N = 5$ períodos y $n = 2$ agrupamientos; el primer agrupamientos es de tamaño 2 y el segundo agrupamiento es de tamaño 3. Esta solución es una de las $2^{(N-1)}$ posibles para un sistema de tamaño $N = 5$. A continuación se presentan los resultados del trabajo.

4 Resultados

Los resultados se obtuviéron de la ejecución de dos programas de computadora de desarrollo propio como se comentó anteriormente, uno especialmente diseñado para generar todas las combinaciones posibles de formas de pedir los insumos necesarios para N períodos y otro especializado en calcular los costos asociados a cada una de esas combinaciones posibles. Se almacenaron los tamaños de los grupos de pedidos de los distintas experimentos numéricos en los cuales se obtuvo el costo total mínimo. También se almacenó la cantidad de estos grupos de pedidos clasificándolos por tamaños. Además se establecieron los costos de pedir, $C_p = 28.5$, 100, 200; y el costo de mantener es $C_m = 1$. Con estos parámetros se

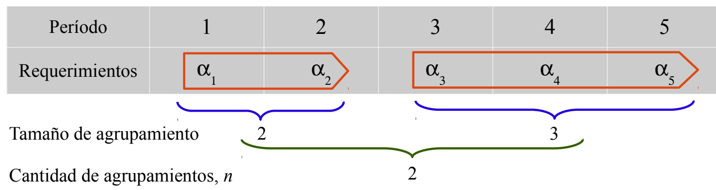

Fig. 3. Detalle de un sistema formado por $N = 5$ períodos, $n = 2$ agrupamientos, siendo el primero de tamaño 2 y el segundo de tamaño 3.

llevaron a cabo los experimentos numéricos a partir de los cuales se obtuvieron los datos que se presentan a continuación. En función de los datos obtenidos se presentan los resultados donde se analiza la probabilidad de ocurrencia de un cluster dado en función de su tamaño. Esos datos estadísticos se obtienen en el momento en que se alcanzó un valor mínimo del costo total para una realización y para un $N = cte$, siendo Np_j =número de pedidos realizados.

$$\sum_j Cp_j Np_j + \sum_j \sum_i Cm_{ji} \alpha_{ji} = Min. \tag{1}$$

Cabe destacar que los ensayos se llevaron a cabo para distintas realizaciones de $N = 9, N = 10$.

Se puede apreciar en las Fig. 4 a 7 como varía el tamaño promedio del agrupamiento en función de la relación entre el costo de pedir (C_p) y el costo de mantener (C_m). Vemos que independientemente del tamaño del sistema los tamaños de agrupamiento que más se repiten son pocos y están centrado en un valor medio con una distribución dada.

Vemos en la Fig.4 el histograma para una relación entre el costo de pedir, $C_p = 28.5$ y el costo de mantener $C_m = 1$; $C_p/C_m = 28.5$. Tenemos una mayor cantidad de tamaños de grupos de un valor igual a 3, disminuyendo esta cantidad de observaciones para valores de tamaño de grupo distintos de 3. Por medio de un histograma observamos con que frecuencia aparecen los distintos agrupamientos para cada una de las formas de pedir dadas reflejando las frecuencias de aparición de los distintos agrupamientos que arrojaron los costos mínimos. Un análisis similar se llevo a cabo para las relaciones entre el costo de pedir, $C_p = 100$ y el costo de mantener $C_m = 1$; $C_p/C_m = 100$ y entre el costo de pedir, $C_p = 200$ y el costo de mantener $C_m = 1$; $C_p/C_m = 200$. En todos los casos se manifiesta un tamaño de agrupamiento sobresaliente.

Esta información es de suma importancia ya que nos permite discernir que tipo de agrupamiento tiene mayor preponderancia y cual podemos descartar en función de su tamaño y costos. Observamos que el tamaño de agrupamiento con mayor frecuencia, varía de acuerdo a la relación que existe entre sus costos, además podemos afirmar que es independiente a la cantidad de períodos N.

X

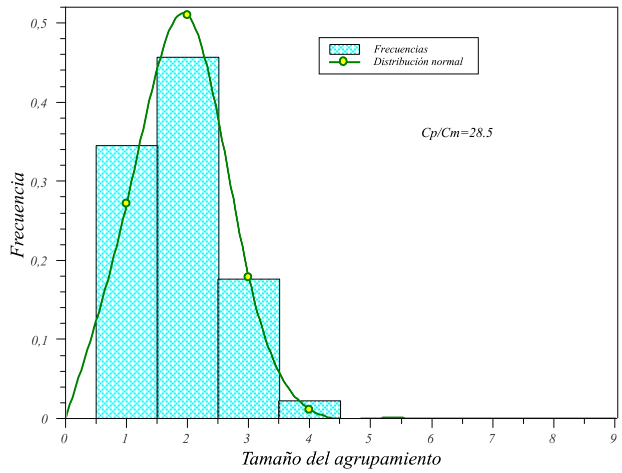

Fig. 4. Distribución de tamaños para una relación de costos de $C_p/C_m = 28.5.0$ y tamaño de sistema $N = 9$

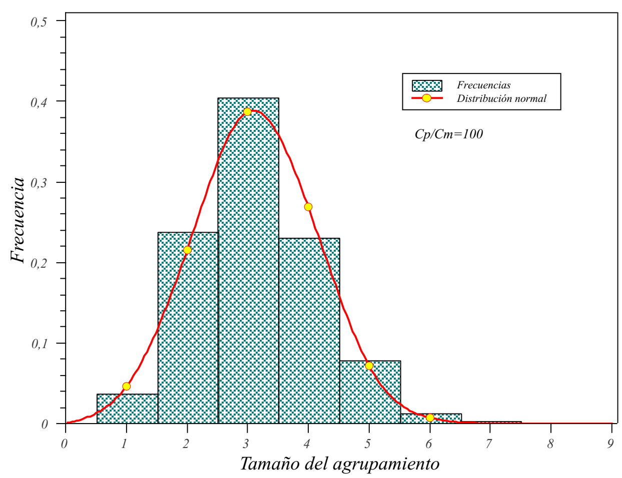

Fig. 5. Distribución de tamaños para una relación de costos de $C_p/C_m = 100.0$ y tamaño de sistema $N = 9$

5 Conclusiones

Podemos concluir que el análisis de los distintos tamaños de agrupamientos formados al realizar un pedido de materia prima nos permite descartar casos extremos y poco probables. Analizando los patrones relacionados con el tamaño de los grupos de pedidos podemos concluir que: *i)* qué casos contemplar y de este modo obtener una solución óptima. La solución del planeamiento del pedido

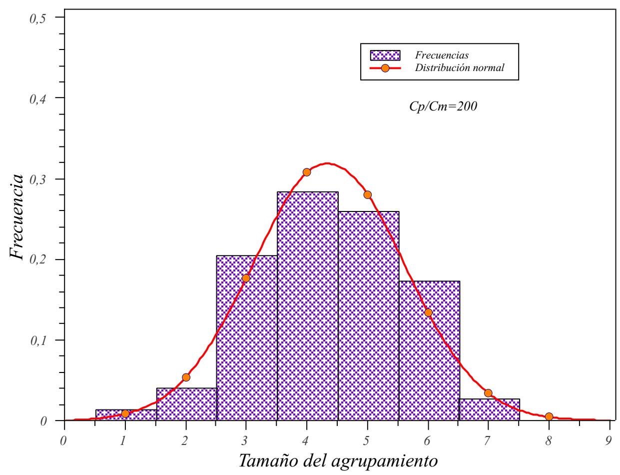

Fig. 6. Distribución de tamaños para una relación de costos de $C_p/C_m = 200.0$ y tamaño de sistema $N = 9$

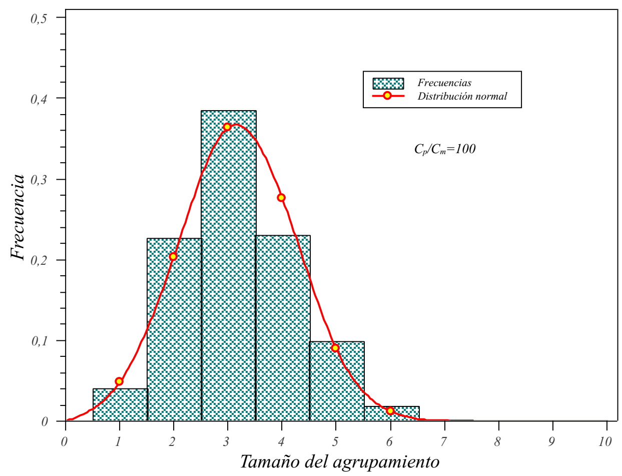

Fig. 7. Distribución de tamaños para una relación de costos de $C_p/C_m = 100.0$ y tamaño de sistema $N = 10$

de materiales es la reducción del listado original de todas las probabilidades de tamaño de pedido a un nuevo listado reducido donde se consideren solos los tamaños de pedido más probables; *ii)* se observa un patrón característico en la forma de agrupamiento de los pedidos que nos permite decidir que caso utilizar y cual descartar pudiendo de este modo reducir el número de combinaciones a analizar. Por ejemplo la Fig.5 muestra que los tamaños de pedidos más probables son 2, 3, 4 siendo practicamente innecesario considerar el resto de los tamaños de los pedidos en el cómputo de la forma óptima de pedir. *iii)* podemos concentrarnos en la obtención de la solución óptima para una pedido dado solo contemplado los tamaños de agrupamiento más frecuentes de la distribución binomial, disminuyendo el tiempo de procesamiento de la planificación de requerimiento de materiales. La enumeración exhaustiva y la selección de los tamaños representativos disminuye los tiempos de cálculo computacional ya que se descartan los tamaños poco probables, es decir, no considerar los conjuntos de períodos a cubrir por cada lote cuya longitud sea o bien demasiado pequeña, o bien demasiado grande. Este criterio se hace a partir de reconocer el cociente entre los costos unitarios de pedir (emisión de orden) y de mantener inventarios.

References

1. Heizer, J. Render, B.:, Principios de Administracin de las Operaciones. Pearson Educacin. Mexico. VII Ed. (2009).
2. Gagliardo, A. Corsano, G.: Un modelo milp multiperodo para el diseo de una cadena de suministro de bioetanol considerando sustentabilidad. Iberoamerican Journal of Industrial Engineering. 3, (2), 209–225. (2011)
3. Karimi, B. Fatemi Ghomi, S. M. T. Wilson, J.M.: The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. The Int. J. of Managment Science. 31, 365–378 (2003)
4. Wagner, H. Whitin, T.: Dynamic Version of the Economic Lot Size Model. Management Science. 5, 89–96 (1958)
5. Weeda, P. J.: On similarieties between lot sizing and clustering. Eng. Cost and Production Economics. 12, 65–69 (1987)
6. Stauffer, D. Aharony, A.: Introduction to percolation theory. Taylor & Francis. London. II Revised Ed. (2003)
7. Sbihi, A. Eglese R. W.: Combinatorial optimization and Green Logistics. A Quarterly Journal of Operations Research. 5 (2), 99–116 (2007)
8. Van Hoesel, C. P. M. Wagelmans, A. P. M.: Fully polynomial approximation schemes for single-item capacitated economic lot-sizing problems. Mathematics Of Operations Research. 26 (2), 339–357 (2001)
9. Guimarães, E. R. S. Ramgel, J. J. A. Vianna, D. S. Shimoda, E. Skury, A. L. D.: Anlise de desempenho de modelos de otimização com simulação a eventos discretos. Iberoamerican Journal of Industrial Engineering. 7 (13), 18–43 (2015)
10. Moustakis, M.; Material requirements planning MRP, INNOREGIO: dissemination of innovation and knowledge management techniques, Technical University of Crete (2000)
11. Sarkar, A. Das, D. Chakraborty, S. Biswas, N. A Simple Case Study of Material Requirement Planning, Journal of Mechanical and Civil Engineering, v. 9, 5, 58 64 (2013)
12. Correa, U.: Desarrollo de Algoritmos y sus aplicaciones. MacGraw - Hill Inc. Colombia. III Ed. pp. 251 (1992)
13. Gálvez, J. González, J.: Algorítmica, Análisis y Diseño de Algoritmos. Editora RA-MA - Addison-Wesley Iberiamericana. II Edicin. (1993)